

توان:

۱- ضرب عددهای توان دار

ضرب عددهای توان دار با پایه‌ی مساوی:

$$3^7 \times 3^5 = 3^{12}$$

یکی از پایه‌ها را می‌نویسیم و توانها را جمع می‌کنیم. مثال:

ضرب عددهای توان دار با توان مساوی:

$$5^9 \times 2^9 = 10^9$$

پایه‌ها را درهم ضرب کرده و یکی از توانها را می‌نویسیم. مثال:

به طور خلاصه برای نوشتن یک عبارت توان دار حتماً پایه یا توان مساوی داریم. پس عامل مساوی بدون تغییر و ثابت نوشته می‌شود، سپس عامل دیگر (ضرب و تقسیم) یا (جمع و تفریق می‌شود)

↓
توان مساوی، پایه‌ی مساوی، توان‌ها

$$(3^5)^4 = (3)^{5 \times 4} = 3^{20}$$

عدد توان دار اگر به توان برسد می‌گوییم توان در توان ضرب می‌شود. مثال:

۲- تقسیم اعداد توان دار:

تقسیم دو عدد توان دار با پایه‌ی مساوی: اگر دو عدد توان دار با پایه‌ی مساوی داشته باشیم یکی از پایه‌ها را می‌نویسیم و توانها را از هم کم می‌کنیم. مثال:

$$8^9 \div 8^3 = 8^{9-3} = 8^6$$

تقسیم دو عدد توان دار با توان مساوی: اگر دو عدد توان دار با توان مساوی داشته باشیم پایه‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم و یکی از توانها را می‌نویسیم. مثال:

$$16^7 \div 2^7 = (16 \div 2)^7 = 8^7$$

۳- جذر تقریبی:

از سال قبل آموختیم که جذر مساحت مربعی است که اندازه‌ی آنرا داریم و باید ضلع مربع که جواب جذر است را به دست آوریم برای اعدادی که جذر دقیق ندارند، جذر تقریبی به دست می‌آوریم.

روش به دست آوردن جذر تقریبی اعداد، بدین ترتیب است که ابتدا مشخص می‌کنیم که عدد داده شده بین کدام ۲ عدد مجذور کامل است و سپس جدولی را رسم می‌کنیم و با حدس و آزمایش به جذر تقریبی عدد می‌رسیم.

مثال: جذر تقریبی عدد $\sqrt{19}$ بین دو مجذور کامل ۱۶ و ۲۵ قرار دارد
پس جواب بین $\sqrt{16}$ و $\sqrt{25}$ یعنی ۴ و ۵ قرار دارد. حال جدول $\begin{array}{c} < \sqrt{19} \\ < 4 \end{array}$ را کامل می‌کنیم:

عدد	۴	$4/5$	$4/4$	$4/3$
مجذور	۱۶	$20/25$	$19/36$	$18/49$

$$\sqrt{19} \approx 4/3$$

سپس با ماشین حساب درستی را بررسی می‌کنیم.

$$\sqrt{19} \approx 4/358$$

۴- نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد:

اعدادی که مجذور کامل ندارند را بخواهیم روی محور نمایش می‌دهیم از مثلث قائم‌الزاویه و رابطه‌ی فیثاغورس استفاده می‌کنیم مثلاً $\sqrt{2}$ را برای نمایش روی محور از مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به ضلع ۱ استفاده می‌کنیم و تر این مثلث $\sqrt{2}$ است. به مرکز ۰ و به شعاع وتر کمانی می‌زنیم هرجا محور اعداد را در جهت مثبت محور قطع کند $\sqrt{2}^+$ و در جهت منفی قطع کند $\sqrt{2}^-$ می‌باشد.

اگر رادیکالی با عدد صحیح دیگر جمع شود ابتدا عدد صحیح را روی محور نشان داده و سپس رادیکال را روی محور پیدا می‌کنیم.

در واقع این اعداد را که نمی‌توان کسری نوشت، به صورت هندسی و با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس روی محور نمایش می‌دهند.

۵- خواص ضرب و تقسیم:

در ضرب و تقسیم اعداد رادیکالی می‌توان این‌گونه عمل کرد که اگر ۲ رادیکال جدا بود می‌شود آنها را زیر یک رادیکال نوشت و سپس جذر گرفت و بر عکس اگر زیر یک رادیکال ۲ عدد یا بیشتر بود آنها را به ۲ یا چند رادیکال تفکیک کرد و جداگانه جذر گرفت.

به طور خلاصه می‌توان گفت: حاصل ضرب جذر ۲ عدد برابر است با جذر حاصل ضرب ۲ عدد و تقسیم جذر ۲ عدد برابر است با جذر تقسیم ۲ عدد.

اما این قانون در جمع و تفریق عملی نیست.

مثال جمع:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7 \end{array} \right. \times$$

مثال تفریق:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{100} - \sqrt{36} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8 \\ \sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4 \end{array} \right. \times$$

مثال ضرب:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{9} \times \sqrt{4} = \sqrt{9 \times 4} = \sqrt{36} = 6 \\ \sqrt{9} \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6 \end{array} \right. \checkmark$$

مثال تقسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{36} \div \sqrt{9} = \sqrt{36 \div 9} = \sqrt{4} = 2 \\ \sqrt{36} \div \sqrt{9} = 6 \div 3 = 2 \end{array} \right. \checkmark$$

در بعضی از مسائل عدد اول مجذور کامل نیست عدد دوم نیز اما در ضرب و تقسیم حاصل یک عدد مجذور کامل می‌شود که با یکی کردن رادیکال‌ها و خلاصه کردن سپس جذر می‌گیریم. مثال:

$$\sqrt{3} \times \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9, \quad \sqrt{50} \div \sqrt{18} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{50 \div 2}{18 \div 2}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{9}$$